**Grupo de Matemática**

**PLANIFICAÇÃO**

**MATEMÁTICA A**

**12º Ano**

**Ano Letivo: 2013/2014**

**Grupo de Matemática**

**Planificação de Matemática A – 12º ano**

**Ano letivo 2013/2014**

**LONGO PRAZO**

**Distribuição dos conteúdos programáticos por tempos letivos**

|  |  |
| --- | --- |
| Temas | Aulas previstas |
| Tema I – Análise Combinatória  | 16 |
| Tema II – Introdução ao Cálculo das probabilidades | 12 |
| Tema III – Definição Axiomática de probabilidades e probabilidade condicionada | 06 |
| Tema IV – Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades | 08 |
| Tema V – Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas | 18 |
| Tema VI – Limites. Cálculo de limites de funções e de sucessões.  | 08 |
| Tema VII – Continuidade de uma função. Teorema de Bolzano-Cauchy. | 04 |
| Tema VIII – Funções diferenciáveis. Derivadas | 12 |
| Tema IX – Aplicações das derivadas | 08 |
| Tema X – Funções trigonométricas como funções reais de variável real. Transformação dos gráficos das funções trigonométricas. | 10 |
| Tema XI – Utilização das funções trigonométricas na modelação de situações reais. | 04 |
| Tema XII – Derivadas das funções trigonométricas | 04 |
| Tema XIII – Números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica. | 14 |
| Tema XIV – Domínios Planos e condições em variável complexa | 08 |
|  | **132** |

**Distribuição dos conteúdos programáticos por período letivo**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Temas | Período | Aulas previstas |
| Tema I - Análise Combinatória; Triângulo de Pascal; Binómio de Newton.Tema II - Introdução ao Cálculo das Probabilidades.Tema III - Definição axiomática de probabilidades e probabilidade condicionada.Tema IV - Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades. Tema V - Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas.  | 1º | 1612060812 Subtotal: 54 |
| Tema V - Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas (cont). Tema VI - Limites. Cálculo de limites de funções e de sucessões. Tema VII - Continuidade de uma função. Teorema de Bolzano-Cauchy.Tema VIII – Funções diferenciáveis. Derivadas.Tema IX - Aplicações das derivadas.Tema X - Funções trigonométricas como funções reais de variável real. Transformação dos gráficos das funções trigonométricas.Tema XI - Utilização das funções trigonométricas na modelação de situações reais.Tema XII - Derivadas das funções trigonométricas. | 2º | 0608041208100404Subtotal: 56 |
|  .Tema XIII - Números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica.Tema XIV - Domínios planos e condições em variável complexa. | 3º |   1408Subtotal: 22 |

**Distribuição de atividades por período letivo**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1º Período** | **2º Período** | **3º Período** | **Total (aulas)** |
| Apresentação | 02 | - | - | 02 |
| Tratamento dos conteúdos programáticos | 54 | 56 | 22 | 132  |
| Testes escritos e correçõesAtividades de remediaçãoTrabalhos na aula | 20 | 14 | 12 | 46  |
| Auto avaliação | 02 | 02 | 02 | 06 |
|  | **78** | **72** | **36** | **186**  |

**MÉDIO PRAZO**

###  PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **Análise Combinatória:****.** Técnicas de contagem: Arranjoscompletos, arranjos simples, permutações e combinações.**.** Triângulo de Pascal.**.** Binómio de Newton. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:****.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução. **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.**.** Formular hipóteses e prever resultados.. Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.**.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia e das Ciências Humanas, etc,....**Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:****.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.**.** Formular generalizações a partir de experiências.**.** Validar conjeturas. **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.**Desenvolver a capacidade de comunicar:****.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.**.** Interpretar textos de Matemática.**.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.**.** Usar a simbologia da Matemática.**.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.**Desenvolver a confiança em si próprio:****.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.**.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.**Desenvolver a confiança em si próprio:****.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.**.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.**.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.**.** Procurar a informação de que necessita.**Desenvolver interesses culturais:****.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.**Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:****.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.**.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.**Desenvolver o sentido da responsabilidade:****.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.**.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | . Resolver problemas de contagem, utilizando tabelas, diagramas em árvore etc.**.** Utilizar as fórmulas do cálculo combinatório para simplificar e organizar melhor as contagens.**.** Resolver problemas aplicando permutações, arranjos simples e completos e combinações.**.** Demonstrar as propriedades: **.** Resolver problemas aplicando as propriedades do Triângulo de Pascal.**.** Aplicar o desenvolvimento do binómio de Newton na resolução de problemas. | **.** No caso das contagens que sejam facilitadas por raciocínios combinatórios os alunos devem começar por contar os elementos um a um, utilizando exemplos, desde os mais simples aos mais complexos, até que reconheçam a utilidade dos diagramas e depois das organizações simplificadoras.**.** Os exemplos de conjuntos para a contagem devem surgir de situações problemáticas que lhes sejam propostas.**.** Mesmo o triângulo de Pascal deve ser introduzido a partir de problemas.**.** Muitos problemas postos podem e devem resultar da análise de jogos conhecidos.**.** Os raciocínios combinatórios facilitam a abordagem de propriedades envolvendo combinações, mas não deve ser desprezada a ideia de, caso seja possível, introduzir conexões matemáticas - com métodos recursivos e fazendo alguma demonstraçãopor indução matemática.**.** Pascal, Tartaglia e Laplace são exemplos “interessantes” para realizar incursões na história dos conceitos matemáticos, na vida dos matemáticos, nas ligações da Matemática com outros ramos de saber e atividade.**.** É importante referir que muitos resultados de contagens já eram conhecidos anteriormente noutras civilizações. Por exemplo, o triângulo de Pascal era conhecido na China vários séculos antes de Pascal. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **16** |
| Introdução ao Cálculo de Probabilidades:**.** Experiência aleatória, conjunto de resultados, acontecimentos.**.** Operações sobre acontecimentos.**.** Lei dos grandes números;**.** Conceito frequencista de probabilidade.**.** Definição clássica de probabilidade ou de Laplace.**Definição axiomática de probabilidades e propriedades elementares:****.** Definição axiomática de probabilidade (caso finito).**.** Propriedades da probabilidade.**.** Probabilidade condicionada e independência.**.** Probabilidade da intersecção de acontecimentos.**.** Acontecimentos independentes. | **.** Conhecer a terminologia das probabilidades.**.** Determinar o espaço amostral em experiências aleatórias.**.** Aplicar a definição frequencista de probabilidade.**.** Aplicar a definição clássica ou de Laplace de probabilidade.**.** Resolver problemas de probabilidades usando a análise combinatória para efetuar contagens.**.** Descrever raciocínios em probabilidades.**.** Aplicar os axiomas das probabilidades.**.** Demonstrar teoremas envolvendo probabilidades.**.** Resolver problemas aplicando teoremas de probabilidades.**.** Resolver problemas envolvendo probabilidades condicionadas.. Resolver problemas envolvendo probabilidade condicionada e acontecimentos independentes. | **.** Experiências que permitam tirar partido de materiais lúdicos e de simulações com a calculadora contribuirão para esclarecer conceitos através da experimentação e para dinamizar discussões de tipo científico, bem como para incentivar o trabalho cooperativo. A simulação e o jogo ajudam a construir adequadamente o espaço de resultados e a encontrar valores experimentais para a probabilidade de acontecimentos que estão a ser estudados.**.** É importante incentivar o aluno, sempre que possível, a resolver os problemas por vários processos, discutindo cada um deles com o professor e com os restantes colegas de modo a poder apreciar cada uma das formas de abordar o problema.**.** O professor deve solicitar, frequentemente, que descrevam com pormenor, oralmente e por escrito, os raciocínios efetuados. É aconselhável elaborar boas formas de registo para os resultados das suas experiências de modo a poderem ser partilhadas em grupo.**.** A axiomática das Probabilidades, por ser curta, permite alguns exercícios de verificação simples, capazes de motivar a apropriação da utilidade deste tipo de abordagem matemática.**.** O facto de tanto as definições frequencista e clássica de probabilidade como a probabilidade condicionada satisfazerem a axiomática das Probabilidades permite compreender melhor o papel de uma axiomática em Matemática.**.** Os alunos já sabem como descrever os acontecimentos associados a uma experiência aleatória usando o espaço ou conjunto de resultados e sabem ainda, como determinar a probabilidade de acontecimentos. Ora, é muitas vezes necessário associar a uma experiência aleatória valores numéricos, pelo que é importante introduzir o conceito de variável aleatória bem como o de função massa de probabilidades.**.** É importante que compreendam a relação entre as estatísticas e os parâmetros populacionais.**.** Não é objetivo do programa entrar no estudo das variáveis contínuas mas o aluno poderá investigar se não haverá nenhuma representação que seja para a população o equivalente ao histograma na amostra.**.** Das distribuições contínuas a mais conhecida foi obtida pelo matemático Gauss e tem hoje um papel importante já que muitos processos de inferência estatística a têm por base. |  | **12****6** |
| **Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades:****.** Variável aleatória; função massa de probabilidade.**.** Distribuição de probabilidades de uma variável aleatória discreta; distribuição de frequências versus distribuição de probabilidades.**.** Média versus valor médio.**.** Desvio padrão amostral versus desvio padrão populacional.**.** Modelo binomial.**.** Modelo normal; histograma versus função densidade. | . Determinar, em tabela e gráfico, a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória.. Relacionar distribuição de frequências com distribuição de probabilidades.. Relacionar média e desvio padrão com o valor médio e desvio – padrão populacional.. Determinar o valor médio e o desvio – padrão de uma distribuição de probabilidades.. Identificar uma distribuição binomial.. Usar tabelas e calculadora gráfica para calcular o valor de uma probabilidade numa distribuição binomial.. Identificar e conhecer as características de uma distribuição normal.. Resolver problemas com distribuição binomial e normal..  | **.** Os alunos já sabem como descrever os acontecimentos associados a uma experiência aleatória usando o espaço ou conjunto de resultados e sabem ainda, como determinar a probabilidade de acontecimentos. Ora, é muitas vezes necessário associar a uma experiência aleatória valores numéricos, pelo que é importante introduzir o conceito de variável aleatória bem como o de função massa de probabilidades.**.** É importante que compreendam a relação entre as estatísticas e os parâmetros populacionais.**.** Não é objetivo do programa entrar no estudo das variáveis contínuas mas o aluno poderá investigar se não haverá nenhuma representação que seja para a população o equivalente ao histograma na amostra.**.** Das distribuições contínuas a mais conhecida foi obtida pelo matemático Gauss e tem hoje um papel importante já que muitos processos de inferência estatística a têm por base. |  | **8** |

###  INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **Função Exponencial e Função Logarítmica:****.** Função exponencial de base superior a 1.**.** Crescimento exponencial.**.** Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por f (x) = ax, a> 1.**.** Função logarítmica de base superior a 1.**.** Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por f (x)= log a x, a> 1.**.** Regras operatórias de exponenciais e logaritmos.**.** Utilização de funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:****.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução. **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.**.** Formular hipóteses e prever resultados.. Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.**.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia, das Ciências Humanas, etc.**Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:****.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.**.** Formular generalizações a partir de experiências.**.** Validar conjeturas. **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.**Desenvolver a capacidade de comunicar:****.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.**.** Interpretar textos de Matemática.**.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.**.** Usar a simbologia da Matemática.**.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.**Desenvolver a confiança em si próprio:****.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.**.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.**.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.**Desenvolver interesses culturais:****.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.**Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:****.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.**.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.**Desenvolver o sentido da responsabilidade:****.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.**.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | **.** Identificar funções exponenciais e logarítmicas.**.** Interpretar gráfica e analiticamente as propriedades das funções exponenciais e logarítmicas.**.** Aplicar as transformações dos gráficos de funções a funções exponenciais e logarítmicas.**.** Aplicar as regras operatórias sobre exponenciais e logaritmos, na resolução de equações, inequações.**.** Definir a função inversa de uma função exponencial ou logarítmica.**.** Resolver problemas em contexto real usando funções exponenciais e funções logarítmicas. | **.** Com as novas famílias de funções surgem, também, novas oportunidades para cada aluno obter uma maior compreensão da Matemática e suas aplicações, bem como para conectar e relacionar os novos conhecimentos com os já adquiridos em anos anteriores.**.** É fundamental apresentar aos alunos atividades diversificadas, tendo-se em conta que a exploração com a utilização das várias tecnologias pode permitir discussões ricas, quer sobre o processo de modelação, quer sobre os conceitos matemáticos fundamentais, para além de facilitarem propostas aconselháveis de investigações.**.** A par da utilização da calculadora, os alunos precisam de desenvolver a compreensão de procedimentos algébricos e utilizá-los, sem que para isso tenham de fazer exercícios repetitivos.**.** A modelação com funções exponenciais e logarítmicas pode ser feita tanto usando capacidades específicas da calculadora gráfica, como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **18** |
| **. Teoria de limites:****.** Limite de uma função, segundo Heine.**.** Propriedades operatórias sobre limites(informação).**.** Limites notáveis (informação).**.** Indeterminações.**.** Assimptotas.**.** Continuidade.**.** Teorema de Bolzano-Cauchy (informação) e aplicações numéricas.**Cálculo diferencial:****.** Funções deriváveis.**.** Regras de derivação. (demonstração da regra da soma e do produto e informação das restantes regras).**.** Derivadas de funções elementares (informação baseada em intuição numérica e gráfica).**.** Segunda definição de **e.****.** Teorema da derivada da função composta (informação).**.** Segundas derivadas e concavidade (informação baseada em intuição geométrica). | . | **.** Calcular limites de funções.**.** Aplicar a definição de limite segundo Heine.**.** Usar as regras operatórias sobre limites.**.** Levantar Indeterminações.**.** Determinar assimptotas do gráfico de uma função.**.** Estudar a continuidade de uma função, num ponto e num intervalo.**.** Aplicar o teorema de Bolzano-Cauchy ao estudo de funções.**.** Definir e interpretar geometricamente o valor da derivada de uma função num ponto.**.** Interpretar derivadas infinitas.**.** Relacionar os conceitos de derivabilidade e de continuidade de uma função num ponto.**.** Calcular derivadas usando a definição e as regras de derivação.**.** Conhecer o significado de função derivada de uma função e relacionar os seus gráficos.**.** Calcular a 1ª e a 2ª derivada de uma função.**.** Interpretar fenómenos, e resolver problemas, recorrendo a funções e seus gráficos.**.** Aplicar conhecimentos de Análise Infinitesimal no estudo de funções reais de variável real. | **.** As indeterminações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios. O programa pressupõe que se levantem as indeterminações em casos simples. Dificuldade a não exceder:**.** É aconselhável que os alunos experimentem numérica e graficamente a relação entre os limites no infinito da exponencial, da potência e dos logaritmos.**.** Derivada da função composta: grau de dificuldade a não ultrapassar: *f* (*ax*)*, f*(*x+b*)*, f*(*xk*)**.** É importante analisar em todos os teoremas a necessidade das condições do enunciado através de contra - exemplos.**.** Deve ser adotada a definição: *f* é derivável quando a derivada existe.**.** O número *e* é o único número real tal que:(*ex*)*’ = ex* |  | **12****20** |
| **.** Estudo de funções em casos simples.**.** Integração do estudo do Cálculo Diferencial num contexto histórico.**.** Problemas de otimização.(\*) **Facultativo****.** Demonstração de alguns teoremas elementares do Cálculo Diferencial. |  | **.** Fazer o estudo de funções a partir do conhecimento da 1ª e 2ª derivadas. Extremos, monotonia, sentido das concavidades e pontos de inflexão.**.** Localizar o estudo do Cálculo Diferencial na História da Matemática.**.** Resolver problemas. | **.** O estudo de funções deve combinar métodos analíticos com o uso da calculadora gráfica. Dificuldade a não ultrapassar:**.** Os alunos poderão elaborar trabalhos individuais ou em grupo da História do Cálculo Diferencial referindo o trabalho de alguns matemáticos como Fermat, Newton, Leibniz, Berkeley, Anastácio da Cunha, Bolzano, Cauchy, etc.**.** É obrigatória a referência a José Anastácio da Cunha; com esse pretexto referir um pouco de história da Matemática em Portugal desde o tempo dos Descobrimentos até à atualidade.**.** Os problemas de otimização devem ser escolhidos de modo que o aluno trabalhe de uma forma tão completa quanto possível a modelação. É uma boa oportunidade para discutir com os alunos o processo de modelação matemática e a sua importância no mundo atual.(\*) Os teoremas a demonstrar devem incluir:**.** Continuidade implica limitação numa vizinhança.**.** Continuidade e f (x)> 0 ou f (x) <0 implicam permanência de sinal numa vizinhança de x.**.** Derivabilidade implica continuidade.**.** Derivada de potência inteira e racional e do quociente. |  |  |

###  TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **As funções seno, co-seno e tangente:****.** Estudo intuitivo com base no círculo trigonométrico, tanto a partir de um gráfico particular, como usando calculadora gráfica ou computador.**------------------------------****.** Estudo intuitivo de**.** Derivadas do seno, co-seno e tangente.**.** Utilização de funções trigonométricas na modelação de situações reais. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:****.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução. **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.**.** Formular hipóteses e prever resultados.. Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.**.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia e das Ciências Humanas, etc,....**Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:****.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.**.** Formular generalizações a partir de experiências.**.** Validar conjeturas. **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.**Desenvolver a capacidade de comunicar:****.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.**.** Interpretar textos de Matemática.**.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.**.** Usar a simbologia da Matemática.**.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.**Desenvolver a confiança em si próprio:****.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.**.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.**Desenvolver a confiança em si próprio:****.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.**.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.**.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.**.** Procurar a informação de que necessita.**Desenvolver interesses culturais:****.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.**Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:****.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.**.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.**Desenvolver o sentido da responsabilidade:****.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.**.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | **.** Definir as funções trigonométricas como funções reais de variável real.**.** Representar graficamente e conhecer as propriedades das funções trigonométricas.**.** Obter gráficos de funções trigonométricas a partir dos gráficos das funções seno e cosseno.**---------------------------------------****.** Calcular limites aplicando o conhecimento de que .**.** Deduzir as fórmulas trigonométricas da soma e da diferença de dois ângulos.**.** Aplicar as fórmulas das derivadas das funções trigonométricas.**.** Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas.**.** Utilizar funções trigonométricas na modelação de situações reais. | **.** As propriedades a serem investigadas, recorrendo à calculadora gráfica, são: domínio, contradomínio, período, pontos notáveis, monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos *yy* e à origem, assimptotas e limites nos ramos infinitos.**.** Os alunos podem investigar, tal como o fizeram nas famílias de funções anteriores, qual a influência da mudança de parâmetros na escrita da expressão que define a função.**.** As derivadas do seno e do cosseno podem ser obtidas a partir das fórmulas do seno e do cosseno da soma e da igualdade: .**.** A modelação com funções trigonométricas pode ser feita tanto usando as capacidades específicas da calculadora gráfica, como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **18** |
| **Números Complexos:****.** Introdução elementar de problemas de resolubilidade algébrica e do modo como se foram considerando novos números.**.** Apropriação de um modo de desenvolvimento da Matemática, através da evolução do conceito fundamental de número.**.** Experimentação da necessidade de ***i***, à semelhança da aceitação da necessidade dos números negativos e fracionários.**.** Números complexos. O número ***i***. O conjunto **C** dos números complexos.**.** A forma algébrica dos complexos. Operações com complexos na forma algébrica.**.** Representação de complexos na forma trigonométrica.**.** Escrita de complexos nas duas formas, passando de uma para a outra. |  | **.** Determinar as soluções imaginárias de uma equação do 2º grau que seja impossível em R.**.** Identificar como **i**, ou seja, a unidade imaginária.**.** Conhecer o conjunto **C**.**.** Representar geometricamente um número complexo.**.** Operar com números complexos na forma algébrica.**.** Interpretar geometricamente o produto de um número complexo **z** por ***i*** e por **-*i***.**.** Calcular módulo e argumento de um número complexo.**.** Converter a forma algébrica na forma trigonométrica e vice-versa. | **.** O aluno precisa de explorar sempre que possível a ligação dos números complexos à geometria. Ela fornece uma perspetiva mais rica dos métodos geométricos com que trabalha habitualmente – método das coordenadas, dos vetores e das transformações geométricas, bem como uma nova compreensão da demonstração, tornando possível ligar as características numéricas, algébricas e geométricas.**.** A introdução aos complexos deve ser ancorada numa pequena abordagem histórica, do ponto de vista dos problemas que foram aparecendo no desenvolvimento dos estudos matemáticos.**.** Os alunos podem realizar trabalhos sobre a extensão do conceito de número e sobre problemas de resolubilidade algébrica, quer do ponto de vista histórico, quer do ponto de vista da sua experiência com anteriores desenvolvimentos.**.** Será interessante a referência à impossibilidade da extensão a C de uma ordenação compatível com a adição e a multiplicação.**.** As operações com complexos podem ser definidas na base da manutenção das propriedades das operações e da igualdade .**.** É aconselhável que |z| seja introduzido de modo intuitivo, estendendo a noção de valor absoluto de um número real.**.** A passagem à forma trigonométrica pode ser feita com referência a outros sistemas de coordenadas.**.** É importante explorar a multiplicação por *i* e as diversas operações ligadas a outras realidades matemáticas – vetores, operações com vetores, transformações geométricas. |  | **22** |
| **.** Operações com complexos na forma trigonométrica.**.** Interpretações geométricas das operações.**.** Domínios planos e condições em variável complexa.(\*) **Facultativo****.** Demonstração de propriedades de geometria usando números complexos. |  | **.** Operar com complexos na forma trigonométrica.**.** Representar geometricamente as ***n*** raízes de índice ***n*** de um complexo escrito na forma trigonométrica.**.** Representar no plano complexo conjuntos definidos por condições.**.** Escrever uma condição que represente um conjunto de pontos, definido no plano complexo.**.** Interpretar condições em **C**. | **.** A resolução e a interpretação das soluções de condições em z devem ajudar a compreender a utilidade dos diversos sistemas de representação analítica.**.** O recurso a programas de geometria dinâmica pode ser motivador para a realização de demonstrações.**.** Assim, o professor deve propor que depois de investigadas sejam demonstradas propriedades de polígonos. |  |  |