

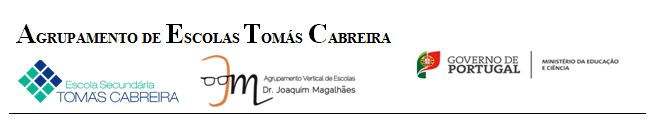
**Grupo de Matemática**

**PLANIFICAÇÃO**

**MATEMÁTICA A**

**12º Ano**

**Ano Letivo: 2013/2014**



**Grupo de Matemática**

**Planificação de Matemática A – 12º ano**

**Ano letivo 2013/2014**

**LONGO PRAZO**

**Distribuição dos conteúdos programáticos por tempos letivos**

|  |  |
| --- | --- |
| Temas | Aulas previstas |
| Tema I – Análise Combinatória | 16 |
| Tema II – Introdução ao Cálculo das probabilidades | 12 |
| Tema III – Definição Axiomática de probabilidades e probabilidade condicionada | 06 |
| Tema IV – Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades | 08 |
| Tema V – Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas | 18 |
| Tema VI – Limites. Cálculo de limites de funções e de sucessões. | 08 |
| Tema VII – Continuidade de uma função. Teorema de Bolzano-Cauchy. | 04 |
| Tema VIII – Funções diferenciáveis. Derivadas | 12 |
| Tema IX – Aplicações das derivadas | 08 |
| Tema X – Funções trigonométricas como funções reais de variável real. Transformação dos gráficos das funções trigonométricas. | 10 |
| Tema XI – Utilização das funções trigonométricas na modelação de situações reais. | 04 |
| Tema XII – Derivadas das funções trigonométricas | 04 |
| Tema XIII – Números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica. | 14 |
| Tema XIV – Domínios Planos e condições em variável complexa | 08 |
|  | **132** |

**Distribuição dos conteúdos programáticos por período letivo**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Temas | Período | Aulas previstas |
| Tema I - Análise Combinatória; Triângulo de Pascal; Binómio  de Newton.  Tema II - Introdução ao Cálculo das Probabilidades.  Tema III - Definição axiomática de probabilidades e probabilidade condicionada.  Tema IV - Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades.  Tema V - Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas. | 1º | 16  12  06  08  12  Subtotal: 54 |
| Tema V - Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas (cont).  Tema VI - Limites. Cálculo de limites de funções e de sucessões.  Tema VII - Continuidade de uma função. Teorema de Bolzano-Cauchy.  Tema VIII – Funções diferenciáveis. Derivadas.  Tema IX - Aplicações das derivadas.  Tema X - Funções trigonométricas como funções reais de variável real. Transformação dos gráficos das funções trigonométricas.  Tema XI - Utilização das funções trigonométricas na modelação de situações reais.  Tema XII - Derivadas das funções trigonométricas. | 2º | 06  08  04  12  08  10  04  04  Subtotal: 56 |
| .  Tema XIII - Números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica.  Tema XIV - Domínios planos e condições em variável complexa. | 3º | 14  08  Subtotal: 22 |

**Distribuição de atividades por período letivo**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1º Período** | **2º Período** | **3º Período** | **Total (aulas)** |
| Apresentação | 02 | - | - | 02 |
| Tratamento dos conteúdos programáticos | 54 | 56 | 22 | 132 |
| Testes escritos e correções  Atividades de remediação  Trabalhos na aula | 20 | 14 | 12 | 46 |
| Auto avaliação | 02 | 02 | 02 | 06 |
|  | **78** | **72** | **36** | **186** |

**MÉDIO PRAZO**

### PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **Análise Combinatória:**  **.** Técnicas de contagem:  Arranjoscompletos, arranjos simples, permutações e combinações.  **.** Triângulo de Pascal.  **.** Binómio de Newton. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:**  **.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução.  **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.  **.** Formular hipóteses e prever resultados.  . Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.  **.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia e das Ciências Humanas, etc,....  **Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:**  **.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.  **.** Formular generalizações a partir de experiências.  **.** Validar conjeturas.  **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.  **Desenvolver a capacidade de comunicar:**  **.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.  **.** Interpretar textos de Matemática.  **.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.  **.** Usar a simbologia da Matemática.  **.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.  **Desenvolver a confiança em si próprio:**  **.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.  **.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.  **Desenvolver a confiança em si próprio:**  **.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.  **.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.  **.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.  **.** Procurar a informação de que necessita.  **Desenvolver interesses culturais:**  **.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.  **Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:**  **.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.  **.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.  **Desenvolver o sentido da responsabilidade:**  **.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.  **.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | . Resolver problemas de contagem, utilizando tabelas, diagramas em árvore etc.  **.** Utilizar as fórmulas do cálculo combinatório para simplificar e organizar melhor as contagens.  **.** Resolver problemas aplicando permutações, arranjos simples e completos e combinações.  **.** Demonstrar as propriedades:    **.** Resolver problemas aplicando as propriedades do Triângulo de Pascal.  **.** Aplicar o desenvolvimento do binómio de Newton na resolução de problemas. | **.** No caso das contagens que sejam facilitadas por raciocínios combinatórios os alunos devem começar por contar os elementos um a um, utilizando exemplos, desde os mais simples aos mais complexos, até que reconheçam a utilidade dos diagramas e depois das organizações simplificadoras.  **.** Os exemplos de conjuntos para a contagem devem surgir de situações problemáticas que lhes sejam propostas.  **.** Mesmo o triângulo de Pascal deve ser introduzido a partir de problemas.  **.** Muitos problemas postos podem e devem resultar da análise de jogos conhecidos.  **.** Os raciocínios combinatórios facilitam a abordagem de propriedades envolvendo combinações, mas não deve ser desprezada a ideia de, caso seja possível, introduzir conexões matemáticas - com métodos recursivos e fazendo alguma demonstraçãopor indução matemática.  **.** Pascal, Tartaglia e Laplace são exemplos “interessantes” para realizar incursões na história dos conceitos matemáticos, na vida dos matemáticos, nas ligações da Matemática com outros ramos de saber e atividade.  **.** É importante referir que muitos resultados de contagens já eram conhecidos anteriormente noutras civilizações. Por exemplo, o triângulo de Pascal era conhecido na China vários séculos antes de Pascal. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **16** |
| Introdução ao Cálculo de Probabilidades:  **.** Experiência aleatória, conjunto de resultados, acontecimentos.  **.** Operações sobre acontecimentos.  **.** Lei dos grandes números;  **.** Conceito frequencista de probabilidade.  **.** Definição clássica de probabilidade ou de Laplace.  **Definição axiomática de probabilidades e propriedades elementares:**  **.** Definição axiomática de probabilidade (caso finito).  **.** Propriedades da probabilidade.  **.** Probabilidade condicionada e independência.  **.** Probabilidade da intersecção de acontecimentos.  **.** Acontecimentos independentes. | **.** Conhecer a terminologia das probabilidades.  **.** Determinar o espaço amostral em experiências aleatórias.  **.** Aplicar a definição frequencista de probabilidade.  **.** Aplicar a definição clássica ou de Laplace de probabilidade.  **.** Resolver problemas de probabilidades usando a análise combinatória para efetuar contagens.  **.** Descrever raciocínios em probabilidades.  **.** Aplicar os axiomas das probabilidades.  **.** Demonstrar teoremas envolvendo probabilidades.  **.** Resolver problemas aplicando teoremas de probabilidades.  **.** Resolver problemas envolvendo probabilidades condicionadas.  . Resolver problemas envolvendo probabilidade condicionada e acontecimentos independentes. | **.** Experiências que permitam tirar partido de materiais lúdicos e de simulações com a calculadora contribuirão para esclarecer conceitos através da experimentação e para dinamizar discussões de tipo científico, bem como para incentivar o trabalho cooperativo. A simulação e o jogo ajudam a construir adequadamente o espaço de resultados e a encontrar valores experimentais para a probabilidade de acontecimentos que estão a ser estudados.  **.** É importante incentivar o aluno, sempre que possível, a resolver os problemas por vários processos, discutindo cada um deles com o professor e com os restantes colegas de modo a poder apreciar cada uma das formas de abordar o problema.  **.** O professor deve solicitar, frequentemente, que descrevam com pormenor, oralmente e por escrito, os raciocínios efetuados. É aconselhável elaborar boas formas de registo para os resultados das suas experiências de modo a poderem ser partilhadas em grupo.  **.** A axiomática das Probabilidades, por ser curta, permite alguns exercícios de verificação simples, capazes de motivar a apropriação da utilidade deste tipo de abordagem matemática.  **.** O facto de tanto as definições frequencista e clássica de probabilidade como a probabilidade condicionada satisfazerem a axiomática das Probabilidades permite compreender melhor o papel de uma axiomática em Matemática.  **.** Os alunos já sabem como descrever os acontecimentos associados a uma experiência aleatória usando o espaço ou conjunto de resultados e sabem ainda, como determinar a probabilidade de acontecimentos. Ora, é muitas vezes necessário associar a uma experiência aleatória valores numéricos, pelo que é importante introduzir o conceito de variável aleatória bem como o de função massa de probabilidades.  **.** É importante que compreendam a relação entre as estatísticas e os parâmetros populacionais.  **.** Não é objetivo do programa entrar no estudo das variáveis contínuas mas o aluno poderá investigar se não haverá nenhuma representação que seja para a população o equivalente ao histograma na amostra.  **.** Das distribuições contínuas a mais conhecida foi obtida pelo matemático Gauss e tem hoje um papel importante já que muitos processos de inferência estatística a têm por base. |  | **12**  **6** |
| **Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades:**  **.** Variável aleatória; função massa de probabilidade.  **.** Distribuição de probabilidades de uma variável aleatória discreta; distribuição de frequências versus distribuição de probabilidades.  **.** Média versus valor médio.  **.** Desvio padrão amostral versus desvio padrão populacional.  **.** Modelo binomial.  **.** Modelo normal; histograma versus função densidade. | . Determinar, em tabela e gráfico, a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória.  . Relacionar distribuição de frequências com distribuição de probabilidades.  . Relacionar média e desvio padrão com o valor médio e desvio – padrão populacional.  . Determinar o valor médio e o desvio – padrão de uma distribuição de probabilidades.  . Identificar uma distribuição binomial.  . Usar tabelas e calculadora gráfica para calcular o valor de uma probabilidade numa distribuição binomial.  . Identificar e conhecer as características de uma distribuição normal.  . Resolver problemas com distribuição binomial e normal.  . | **.** Os alunos já sabem como descrever os acontecimentos associados a uma experiência aleatória usando o espaço ou conjunto de resultados e sabem ainda, como determinar a probabilidade de acontecimentos. Ora, é muitas vezes necessário associar a uma experiência aleatória valores numéricos, pelo que é importante introduzir o conceito de variável aleatória bem como o de função massa de probabilidades.  **.** É importante que compreendam a relação entre as estatísticas e os parâmetros populacionais.  **.** Não é objetivo do programa entrar no estudo das variáveis contínuas mas o aluno poderá investigar se não haverá nenhuma representação que seja para a população o equivalente ao histograma na amostra.  **.** Das distribuições contínuas a mais conhecida foi obtida pelo matemático Gauss e tem hoje um papel importante já que muitos processos de inferência estatística a têm por base. |  | **8** |

### INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **Função Exponencial e Função Logarítmica:**  **.** Função exponencial de base superior a 1.  **.** Crescimento exponencial.  **.** Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por f (x) = ax, a> 1.  **.** Função logarítmica de base superior a 1.  **.** Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por f (x)= log a x, a> 1.  **.** Regras operatórias de exponenciais e logaritmos.  **.** Utilização de funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:**  **.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução.  **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.  **.** Formular hipóteses e prever resultados.  . Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.  **.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia, das Ciências Humanas, etc.  **Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:**  **.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.  **.** Formular generalizações a partir de experiências.  **.** Validar conjeturas.  **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.  **Desenvolver a capacidade de comunicar:**  **.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.  **.** Interpretar textos de Matemática.  **.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.  **.** Usar a simbologia da Matemática.  **.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.  **Desenvolver a confiança em si próprio:**  **.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.  **.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.  **.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.  **Desenvolver interesses culturais:**  **.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.  **Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:**  **.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.  **.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.  **Desenvolver o sentido da responsabilidade:**  **.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.  **.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | **.** Identificar funções exponenciais e logarítmicas.  **.** Interpretar gráfica e analiticamente as propriedades das funções exponenciais e logarítmicas.  **.** Aplicar as transformações dos gráficos de funções a funções exponenciais e logarítmicas.  **.** Aplicar as regras operatórias sobre exponenciais e logaritmos, na resolução de equações, inequações.  **.** Definir a função inversa de uma função exponencial ou logarítmica.  **.** Resolver problemas em contexto real usando funções exponenciais e funções logarítmicas. | **.** Com as novas famílias de funções surgem, também, novas oportunidades para cada aluno obter uma maior compreensão da Matemática e suas aplicações, bem como para conectar e relacionar os novos conhecimentos com os já adquiridos em anos anteriores.  **.** É fundamental apresentar aos alunos atividades diversificadas, tendo-se em conta que a exploração com a utilização das várias tecnologias pode permitir discussões ricas, quer sobre o processo de modelação, quer sobre os conceitos matemáticos fundamentais, para além de facilitarem propostas aconselháveis de investigações.  **.** A par da utilização da calculadora, os alunos precisam de desenvolver a compreensão de procedimentos algébricos e utilizá-los, sem que para isso tenham de fazer exercícios repetitivos.  **.** A modelação com funções exponenciais e logarítmicas pode ser feita tanto usando capacidades específicas da calculadora gráfica, como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **18** |
| **. Teoria de limites:**  **.** Limite de uma função, segundo Heine.  **.** Propriedades operatórias sobre limites  (informação).  **.** Limites notáveis (informação).  **.** Indeterminações.  **.** Assimptotas.  **.** Continuidade.  **.** Teorema de Bolzano-Cauchy (informação) e aplicações numéricas.  **Cálculo diferencial:**  **.** Funções deriváveis.  **.** Regras de derivação. (demonstração da regra da soma e do produto e informação das restantes regras).  **.** Derivadas de funções elementares (informação baseada em intuição numérica e gráfica).  **.** Segunda definição de **e.**  **.** Teorema da derivada da função composta (informação).  **.** Segundas derivadas e concavidade (informação baseada em intuição geométrica). | . | **.** Calcular limites de funções.  **.** Aplicar a definição de limite segundo Heine.  **.** Usar as regras operatórias sobre limites.  **.** Levantar Indeterminações.  **.** Determinar assimptotas do gráfico de uma função.  **.** Estudar a continuidade de uma função, num ponto e num intervalo.  **.** Aplicar o teorema de Bolzano-Cauchy ao estudo de funções.  **.** Definir e interpretar geometricamente o valor da derivada de uma função num ponto.  **.** Interpretar derivadas infinitas.  **.** Relacionar os conceitos de derivabilidade e de continuidade de uma função num ponto.  **.** Calcular derivadas usando a definição e as regras de derivação.  **.** Conhecer o significado de função derivada de uma função e relacionar os seus gráficos.  **.** Calcular a 1ª e a 2ª derivada de uma função.  **.** Interpretar fenómenos, e resolver problemas, recorrendo a funções e seus gráficos.  **.** Aplicar conhecimentos de Análise Infinitesimal no estudo de funções reais de variável real. | **.** As indeterminações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios. O programa pressupõe que se levantem as indeterminações em casos simples. Dificuldade a não exceder:        **.** É aconselhável que os alunos experimentem numérica e graficamente a relação entre os limites no infinito da exponencial, da potência e dos logaritmos.  **.** Derivada da função composta: grau de dificuldade a não ultrapassar:  *f* (*ax*)*, f*(*x+b*)*, f*(*xk*)  **.** É importante analisar em todos os teoremas a necessidade das condições do enunciado através de contra - exemplos.  **.** Deve ser adotada a definição: *f* é derivável quando a derivada existe.  **.** O número *e* é o único número real tal que:  (*ex*)*’ = ex* |  | **12**  **20** |
| **.** Estudo de funções em casos simples.  **.** Integração do estudo do Cálculo Diferencial num contexto histórico.  **.** Problemas de otimização.  (\*) **Facultativo**  **.** Demonstração de alguns teoremas elementares do Cálculo Diferencial. |  | **.** Fazer o estudo de funções a partir do conhecimento da 1ª e 2ª derivadas. Extremos, monotonia, sentido das concavidades e pontos de inflexão.  **.** Localizar o estudo do Cálculo Diferencial na História da Matemática.  **.** Resolver problemas. | **.** O estudo de funções deve combinar métodos analíticos com o uso da calculadora gráfica. Dificuldade a não ultrapassar:        **.** Os alunos poderão elaborar trabalhos individuais ou em grupo da História do Cálculo Diferencial referindo o trabalho de alguns matemáticos como Fermat, Newton, Leibniz, Berkeley, Anastácio da Cunha, Bolzano, Cauchy, etc.  **.** É obrigatória a referência a José Anastácio da Cunha; com esse pretexto referir um pouco de história da Matemática em Portugal desde o tempo dos Descobrimentos até à atualidade.  **.** Os problemas de otimização devem ser escolhidos de modo que o aluno trabalhe de uma forma tão completa quanto possível a modelação. É uma boa oportunidade para discutir com os alunos o processo de modelação matemática e a sua importância no mundo atual.  (\*) Os teoremas a demonstrar devem incluir:  **.** Continuidade implica limitação numa vizinhança.  **.** Continuidade e f (x)> 0 ou f (x) <0 implicam permanência de sinal numa vizinhança de x.  **.** Derivabilidade implica continuidade.  **.** Derivada de potência inteira e racional e do quociente. |  |  |

### TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| CONTEÚDOS | COMPETÊNCIAS VISADAS | **OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM** | **ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS** | AVALIAÇÃO | **Nº DE AULAS** |
| **As funções seno, co-seno e tangente:**  **.** Estudo intuitivo com base no círculo trigonométrico, tanto a partir de um gráfico particular, como usando calculadora gráfica ou computador.  **------------------------------**  **.** Estudo intuitivo de    **.** Derivadas do seno, co-seno e tangente.  **.** Utilização de funções trigonométricas na modelação de situações reais. | **Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real:**  **.** Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução.  **.** Selecionar estratégias de resolução de problemas.  **.** Formular hipóteses e prever resultados.  . Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.  **.** Resolver problemas no domínio da Matemática, da Física, da Economia e das Ciências Humanas, etc,....  **Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico:**  **.** Descobrir relações entre conceitos de Matemática.  **.** Formular generalizações a partir de experiências.  **.** Validar conjeturas.  **.** Fazer raciocínios demonstrativos utilizando métodos adequados.  **Desenvolver a capacidade de comunicar:**  **.** Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.  **.** Interpretar textos de Matemática.  **.** Usar corretamente o vocabulário específico da Matemática.  **.** Usar a simbologia da Matemática.  **.** Apresentar os textos de forma clara e organizada.  **Desenvolver a confiança em si próprio:**  **.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.  **.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.  **Desenvolver a confiança em si próprio:**  **.** Exprimir e fundamentar as suas opiniões.  **.** Revelar espírito crítico, de rigor e de confiança nos seus raciocínios.  **.** Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.  **.** Procurar a informação de que necessita.  **Desenvolver interesses culturais:**  **.** Manifestar vontade de aprender e gosto pela pesquisa.  **Desenvolver hábitos de trabalho e de persistência:**  **.** Manifestar persistência na procura de soluções para uma situação nova.  **.** Elaborar e apresentar os trabalhos de forma organizada e cuidada.  **Desenvolver o sentido da responsabilidade:**  **.** Respeitar a opinião dos outros, aceitando as diferenças.  **.** Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades. | **.** Definir as funções trigonométricas como funções reais de variável real.  **.** Representar graficamente e conhecer as propriedades das funções trigonométricas.  **.** Obter gráficos de funções trigonométricas a partir dos gráficos das funções seno e cosseno.  **---------------------------------------**  **.** Calcular limites aplicando o conhecimento de que .  **.** Deduzir as fórmulas trigonométricas da soma e da diferença de dois ângulos.  **.** Aplicar as fórmulas das derivadas das funções trigonométricas.  **.** Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas.  **.** Utilizar funções trigonométricas na modelação de situações reais. | **.** As propriedades a serem investigadas, recorrendo à calculadora gráfica, são: domínio, contradomínio, período, pontos notáveis, monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos *yy* e à origem, assimptotas e limites nos ramos infinitos.  **.** Os alunos podem investigar, tal como o fizeram nas famílias de funções anteriores, qual a influência da mudança de parâmetros na escrita da expressão que define a função.  **.** As derivadas do seno e do cosseno podem ser obtidas a partir das fórmulas do seno e do cosseno da soma e da igualdade: .  **.** A modelação com funções trigonométricas pode ser feita tanto usando as capacidades específicas da calculadora gráfica, como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor. | **.** Os alunos serão avaliados nos termos dos critérios de avaliação, aprovados pelo Departamento. | **18** |
| **Números Complexos:**  **.** Introdução elementar de problemas de resolubilidade algébrica e do modo como se foram considerando novos números.  **.** Apropriação de um modo de desenvolvimento da Matemática, através da evolução do conceito fundamental de número.  **.** Experimentação da necessidade de ***i***, à semelhança da aceitação da necessidade dos números negativos e fracionários.  **.** Números complexos. O número ***i***. O conjunto **C** dos números complexos.  **.** A forma algébrica dos complexos. Operações com complexos na forma algébrica.  **.** Representação de complexos na forma trigonométrica.  **.** Escrita de complexos nas duas formas, passando de uma para a outra. |  | **.** Determinar as soluções imaginárias de uma equação do 2º grau que seja impossível em R.  **.** Identificar como **i**, ou seja, a unidade imaginária.  **.** Conhecer o conjunto **C**.  **.** Representar geometricamente um número complexo.  **.** Operar com números complexos na forma algébrica.  **.** Interpretar geometricamente o produto de um número complexo **z** por ***i*** e por **-*i***.  **.** Calcular módulo e argumento de um número complexo.  **.** Converter a forma algébrica na forma trigonométrica e vice-versa. | **.** O aluno precisa de explorar sempre que possível a ligação dos números complexos à geometria. Ela fornece uma perspetiva mais rica dos métodos geométricos com que trabalha habitualmente – método das coordenadas, dos vetores e das transformações geométricas, bem como uma nova compreensão da demonstração, tornando possível ligar as características numéricas, algébricas e geométricas.  **.** A introdução aos complexos deve ser ancorada numa pequena abordagem histórica, do ponto de vista dos problemas que foram aparecendo no desenvolvimento dos estudos matemáticos.  **.** Os alunos podem realizar trabalhos sobre a extensão do conceito de número e sobre problemas de resolubilidade algébrica, quer do ponto de vista histórico, quer do ponto de vista da sua experiência com anteriores desenvolvimentos.  **.** Será interessante a referência à impossibilidade da extensão a C de uma ordenação compatível com a adição e a multiplicação.  **.** As operações com complexos podem ser definidas na base da manutenção das propriedades das operações e da igualdade .  **.** É aconselhável que |z| seja introduzido de modo intuitivo, estendendo a noção de valor absoluto de um número real.  **.** A passagem à forma trigonométrica pode ser feita com referência a outros sistemas de coordenadas.  **.** É importante explorar a multiplicação por *i* e as diversas operações ligadas a outras realidades matemáticas – vetores, operações com vetores, transformações geométricas. |  | **22** |
| **.** Operações com complexos na forma trigonométrica.  **.** Interpretações geométricas das operações.  **.** Domínios planos e condições em variável complexa.  (\*) **Facultativo**  **.** Demonstração de propriedades de geometria usando números complexos. |  | **.** Operar com complexos na forma trigonométrica.  **.** Representar geometricamente as ***n*** raízes de índice ***n*** de um complexo escrito na forma trigonométrica.  **.** Representar no plano complexo conjuntos definidos por condições.  **.** Escrever uma condição que represente um conjunto de pontos, definido no plano complexo.  **.** Interpretar condições em **C**. | **.** A resolução e a interpretação das soluções de condições em z devem ajudar a compreender a utilidade dos diversos sistemas de representação analítica.  **.** O recurso a programas de geometria dinâmica pode ser motivador para a realização de demonstrações.  **.** Assim, o professor deve propor que depois de investigadas sejam demonstradas propriedades de polígonos. |  |  |