

**Grupo de Matemática**

**PLANIFICAÇÃO**

**MATEMÀTICA**

**Curso Profissional de Técnico de Energias Renováveis**

**Curso Profissional de Técnico de Contabilidade**

**Curso Profissional de Técnico de Mecatrónica**

**3º Ano**

**Ano Letivo: 2013/2014**



**Grupo de Matemática**

**Planificação de Matemática – 3º Ano**

**Curso Profissional de Técnico de Energias Renováveis**

**Curso Profissional de Técnico de Contabilidade**

**Curso Profissional de Técnico de Mecatrónica**

**Ano letivo 2013/14**

**LONGO PRAZO**

**Distribuição dos conteúdos programáticos por horas**

|  |  |
| --- | --- |
| Temas | Horas previstas |
| Módulo A8 – Modelos Discretos | 30 |
| Módulo A9 – Funções de Crescimento | 30 |
| Módulo A10 – Otimização | 30 |
|  | **90** |

**Distribuição dos conteúdos programáticos por módulos**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Módulos | Período | Horas previstas |
| **Módulo A8– Modelos Discretos**Tema I – Sucessão de números reais. Representação gráfica. Sucessões definidas por recorrência.Tema II – Sucessões monótonas. Sucessões limitadas.Tema III – Progressões aritméticas.Tema IV – Progressões geométricas.Tema V – A sucessão de termo geral $\left(1+\frac{1}{n}\right)$ e definição do número ***e*** | 1º | 30 (40 tempos de 45 m) |
| **Módulo A9 – Funções de Crescimento**Tema I – Função exponencial de base superior a um.Tema II – Função logarítmica de base e. Logaritmo de um número. Tema III – Resolução de equações e inequações no contexto de resolução de problemas.Tema IV – Função logística.Tema V – Resolução de problemas aplicando um dos três modelos contínuos estudados.  | 1º / 2º | 30(40 tempos de 45 m) |
| **Módulo A10 – Otimização**Tema I – Resolução de problemas envolvendo taxas de variação e extremos de funções.Tema II – Domínios planos. Linguagem da programação linear.Tema III – Programação linear.Tema IV – Aplicação da programação linear na resolução de problemas em contexto real.  | 2º / 3º | 30(40 tempos de 45 m) |

**Distribuição de atividades por tempos escolares de 45m**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Módulo A8** | **Módulo A9** | **Módulo A10** | **Total** |
| Tratamento dos conteúdos programáticos | 32 | 32 | 32 | **96** |
| AvaliaçãoAtividades de Recuperação | 8 | 8 | 8 | **24** |
| Total | **40** | **40** | **40** | **120** |

 1º Período: 52 tempos letivos de 45m

 2º Período: 48 tempos letivos de 45m

 3º Período: 20 tempos letivos de 45m

**MÉdio PRAZO**

**Módulo A8– Modelos Discretos**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Tempos****Letivos** |
| **1. Sucessões**● Motivação: estudo de relações numéricas concretas.● A sucessão real como função de variável natural. **•** Sucessão. **•** Modos de definir uma sucessão. **●** Representação gráfica de uma sucessão.**•** Sucessões monótonas.**•** Sucessões limitadas.●Progressões aritméticas.• Expressão de $u\_{n}$ em função de n.• Soma de n termos consecutivo. ● Progressões geométricas.•Expressão de $u\_{n}$ em função de n.•Soma de n termos consecutivos.• Comparação entre o crescimento linear e o crescimento exponencial (ou geométrico)• Estudo intuitivo da sucessão de termo geral $\left(1+\frac{1}{n}\right)$ num contexto de modelação matemática. | • Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos de sucessões sejam adequados. • Usar uma folha de cálculo para trabalhar numérica e graficamente com sucessões.• Reconhecer e dê exemplos de situações em que os modelos de progressões aritméticas ou geométricas sejam adequados.• Distinguir crescimento linear de crescimento exponencial.• Investigar propriedades de progressões aritméticas e geométricas, numérica, gráfica e analiticamente.• Resolver problemas simples usando propriedades de progressões aritméticas e de progressões geométricas.  | ● A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica.• A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando modelos discretos.• A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos.• A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas. | ● O estudo das sucessões pode e deve servir para evidenciar conexões entre a matemática e as outras disciplinas: a introdução do conceito de sucessão e das suas propriedades pode ser feita propondo vários problemas. Exemplos sugestivos podem versar assuntos diversos: da geometria – por exemplo, comprimento da espiral construída a partir de quartos de circunferência. ● As situações apresentadas neste tema podem ser de crescimento linear e introduzir as progressões aritméticas e podem ser de crescimento exponencial e servir de motivo para a abordagem das progressões geométricas, Podem ainda ser apresentadas situações para outros tipos de crescimento.• Os estudantes encontrarão o poder das exponenciais explorando problemas clássicos tais como “os grãos de milho no tabuleiro de xadrez”, “evolução de um capital sofrendo juros simples ou acumulados”, “crescimento de uma população”, …Outros problemas do tipo de “a geração de coelhos de Fibonacci”, “sequências de números (números triangulares, quadrangulares, …)” ou equivalentes vão permitir encontrar o conceito de sucessão e as  | Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento. | **40** |

**Módulo A8-Modelos Discretos**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Tempos****Letivos** |
| • Situações problemáticas em que a sucessão de termo geral $\left(1+\frac{a}{n}\right)$ seja um bom modelo.• Primeira definição do número ***e***.**2. Resolução de problemas onde seja necessário escolher o modelo discreto mais adequado à descrição da situação.** |  | • A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas.● A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados. ● A capacidade de apresentar, de forma clara organizada e com especto gráfico cuidado, os trabalhos escritos individualmente ou de grupo, quer seja pequenos relatórios, monografias, etc.● A capacidade de utilizar uma heurística para a resolução de problemas. | diferentes formas de as definir (incluindo o método recursivo), bem como interessantes representações gráficas.• Os estudantes perante diversas experiências de modelação de crescimento, devem poder compreender e estabelecer as diferenças entre as relações aditivas $a\_{n+1}=a\_{n}+r$ e as multiplicativas $a\_{n+1}=a\_{n}×r$ e a sua correspondência com as expressões $y=ax+b$ e $y=ab^{x}$.• O estudante pode ser solicitado a estudar, por exemplo, a curva de Von Koch ou o poliedro fractal. Os estudantes encontrarão assim uma interessante característica das figuras fractais enquanto utilizam propriedades das progressões.• Os estudantes podem ainda estudar sequências de somas parciais e descobrir que encontram uma função quadrática como fórmula da soma de n termos de uma progressão aritmética e uma função exponencial (abordada de forma totalmente intuitiva) na progressão geométrica |  |  |

**Módulo A8 – Modelos Discretos**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de** horas |
|  |  |  | • Os estudantes poderão fazer investigações sobre outras características destas sucessões e mesmo chegar a caracterizar e a usar representações tabelares das primeiras diferenças, segundas diferenças e razões de termos sucessivos relacionando-os com os modelos linear, quadrático e exponencial. Poderão usar estas características para escolher modelos apropriados a situações contextualizadas.  |  |  |

**Módulo A9 – Funções de Crescimento**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de horas** |
| **1. Funções de Crescimento.**• Motivação: estudo de situações reais de outras áreas científicas.• Função exponencial de base superior a um. • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por: $$f: x\rightarrow a^{x}, a>1$$ • Regras operatórias das funções exponenciais.• Crescimento exponencial.• Função logarítmica de base a, com $a>1$. Logaritmo de um número.• Logaritmo de um número.• Função logarítmica.• Regras operatórias de logaritmos.• Comparação de crescimento de funções.• Função logística.• Propriedades da função logística: $f: x\rightarrow \frac{a}{b+ce^{kx}}, k<0$• Comparação de crescimento de funções.• Resolução de equações e inequações no contexto de resolução de problemas.**2. Resolução de problemas onde seja necessário escolher o modelo de funções mais adequado à descrição da situação.**  | • Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos exponenciais sejam bons modelos quer para o observado quer para o esperado.• Usar as regras das exponenciais e as calculadoras gráficas ou um computador para encontrar valores ou gráficos que respondam a possíveis mudanças nos parâmetros.• Interprete uma função e prediga a forma do seu gráfico.• Descrever as regularidades e diferenças entre padrões lineares, quadráticos, exponenciais, logarítmicos e logísticos.• Obter formas equivalentes de expressões exponenciais.• Definir o número e (segunda definição) e logaritmo natural.• Resolver equações simples usando exponenciais e logaritmos (no contexto da resolução de problemas).  | • A aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias.• A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando modelos de crescimento não linear.• A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para os outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica.• A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados.• A aptidão para usar equações e inequações como meio de representar  | • As funções de crescimento aparecem como uma forma de organizar possíveis resoluções para problemas que são apresentadas, com base em aspetos da realidade e em aspetos do estudo das diversas ciências (Matemática incluída). O estudo das funções pode e deve servir para evidenciar conexões entre a matemática e as diversas disciplinas: a introdução e o trabalho das funções de crescimento e das suas propriedades podem ser feitas propondo vários problemas. Exemplos sugestivos podem versar assuntos diversos: da Biologia – por exemplo, crescimento de uma dada população, da Química – a desintegração radioativa, da propagação de ruídos (boatos), de manchas de poluição, do desenvolvimento florestal, etc.• Os estudantes podem reconhecer o logaritmo como solução de equações exponenciais e a função logarítmica como inversa da exponencial.• Problemas como “A construção da barragem” permitirão que o estudante reencontre o conceito de limite e de assimptota. |  Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento. | **40** |

**Módulo A9 – Funções de Crescimento**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de horas** |
|  | • Resolver, pelo método gráfico, inequações simples usando as funções exponenciais, logarítmicas e logísticas (no contexto da resolução de problemas).• Resolver problemas simples e de aplicação usando diferentes modelos de funções de crescimento  | situações problemáticas e para resolver equações, inequações e sistemas, assim como para realizar procedimentos algébricos.• A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com especto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer seja pequenos relatórios, monografias, etc.• A sensibilidade para entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem situações de crescimento não linear.• A capacidade de usar uma heurística para a resolução de problemas. | • Tarefas como “Sismos na Internet” permitirão que o estudante reconheça propriedades dos logaritmos e estude, aplicada a esta função, a taxa de variação num ponto.• Finalmente uma tarefa do tipo da “Evolução da população portuguesa” que permite encontrar a função logística que é o modelo possível de variadas situações, já estudadas em outras disciplinas. |  |  |

**Módulo A10 – Otimização**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de horas** |
| **1. Resolução de problemas envolvendo taxas de variação e extremos de funções de famílias já estudadas, com recurso á calculadora gráfica.**• Taxa de variação média num instante.• Taxa de variação num ponto.• Sinais das taxas de variação e monotonia da função.• Zeros da taxa de variação e extremos da função.**2. Resolução de problemas de programação linear.** | • Utilizar os estudos, gráfico, numérico e analítico de funções.• Relacionar os efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos de funções e as respetivas taxas de variação.• Reconhecer numérica e graficamente a relação entre o sinal da taxa de variação e a monotonia de uma função.• Reconhecer a relação entre os zeros da taxa de variação e os extremos de uma função.• Resolver problemas de aplicações simples envolvendo a determinação de extremos de funções racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.• Reconhecer que diferentes situações podem ser descritas pelo mesmo modelo matemático.• Resolver numérica e graficamente problemas simples de programação linear. | • A aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias.• A aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando funções já estudadas.• Aptidão para reconhecer sobre os modelos os valores ótimos para cada situação e capacidade para tomar boas decisões.• A capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados.• A capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspeto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer seja, pequenos relatórios, monografias, etc. | • Um problema como aquele em que se atira uma pedra ao ar e a altura em função do tempo é dada por uma quadrática permite aos estudantes determinar a taxa de variação num instante qualquer, já foi estudada, mas pode agora ser aprofundada a sua análise, investigando a relação entre a forma do gráfico e os sinais dos declives das retas tangentes.• Este tipo de exploração pode ser levado até à análise dos extremos. Por exemplo, traçando a parábola e a reta derivada eles confirmarão que para os valores de $t$ em que a segunda é negativa a primeira decresce, bem como para aqueles em que a segunda é positiva a primeira cresce e que no zero da afim encontrarão o extremo da quadrática. Problemas do tipo da determinação do volume máximo de uma caixa feita a partir de uma folha de papel, ou outros, constituem oportunidades análogas.• O mesmo tipo de exploração aparece no contexto de situações problemáticas simples, como aquela em que o volume de um sólido é dado por uma função cúbica. |  Os alunos serão avaliados ao longo deste módulo nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento | **40** |

**Módulo A10 – Otimização**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de horas** |
|  | • Reconhecer o contributo da matemática para a tomada de decisões, assim como as suas limitações.  | • A capacidade de usar uma heurística para a resolução de problemas.  | Editando na calculadora as funções:$$y\_{1}=ax^{3}+bx^{3}+cx+d$$$$y\_{2}=\frac{y\_{1\left(x+0,0000001\right)-y\_{1}\left(x\right)}}{0,0000001}$$onde $y\_{2}$ é a função dos declives das retas secantes para todo o x quando a amplitude do intervalo é $h=0,0000001$. Considera-se esta abordagem preferível ao recurso da derivação numérica através do uso da calculadora, uma vez que desta forma se pode manter presente o conceito de taxa de variação e permitir comparar os dois gráficos, estudar a influência do valor de h e procurar o extremo da primeira função através da mudança de sinal e zero da segunda.• Este modo de proceder pode ser adotado no estudo da monotonia das funções exponenciais e logarítmicas. Com este método, os estudantes podem até compreender que a taxa de variação instantânea de uma função exponencial é proporcional ao valor da função no ponto considerado e interpretar isto como um crescimento relativo constante. |   |  |

**Módulo A10 – Otimização**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Conteúdos** | **Objetivos de aprendizagem** | **Competências visadas** | **Orientações metodológicas** | **Avaliação** | **Nº de horas** |
|  |  |   | • Os problemas de programação linear a colocar apresentam os constrangimentos característicos de cada situação de produção e um objetivo (máximo ou mínimo de uma função objetivo) a ser alcançado com o maior êxito nas condições existentes.• Pretende-se familiarizar os estudantes com situações de gestão e desenvolver competências para tomar decisões boas em termos de planeamento (da produção, por exemplo) que podem ter a ver com maximizar lucros, minimizar custos ou consumos, etc.• Na aula de Matemática poderão tratar-se problemas simples com características idênticas. Assim cada exemplo tratará de maximizar ou minimizar uma determinada quantidade (função objetivo) tendo-se em conta certas limitações ou constrangimentos.• No fundo, trata-se de colocar aos estudantes situações de trabalho em que seja marcante a utilidade do planeamento e benéfica a colaboração da matemática para tomar decisões em empresas ou coletivos de trabalhadores. |  |  |